

# 基于模糊灰关联的汽车驱动桥系统故障树分析

王彤<sup>1,2</sup>, 赵野<sup>1</sup>, 陈杰<sup>1</sup>

(1. 中国科学院 微电子研究所, 北京, 100029;  
2. 中国科学院大学, 北京, 100049)

**摘要:** 为解决传统故障树分析方法在分析大型、复杂的系统时无法获取完整的故障信息和准确的故障发生率的问题, 提出基于模糊集理论和灰色关联理论的改进的故障树分析方法。首先, 通过故障树分析求出所有的最小割集, 采用三角模糊数描述故障底事件的发生概率, 并根据模糊算子计算出顶事件的模糊概率和各底事件的模糊重要度; 然后, 建立灰色关联模型, 以底事件模糊重要度为子序列, 以最小割集构成的特征矩阵为母序列, 计算各最小割集与顶事件之间的灰色关联度, 以此快速、准确地确定系统可靠性改进的重点方向。最后, 将此方法应用于汽车驱动桥系统的可靠性分析。研究表明: 汽车轴承疲劳点蚀为该系统的薄弱环节; 该方法在一定程度上解决了汽车驱动桥系统在故障率信息严重缺失下的可靠性分析问题, 可为改进系统的可靠性和安全性, 制定相应的安全措施提供参考。

**关键词:** 可靠性分析; 故障树分析; 三角模糊数; 灰色关联度; 汽车驱动桥

中图分类号: TB114.3

文献标志码: A

文章编号: 1672-7207(2018)11-2716-07

## Fault tree analysis of automobile drive axle system based on fuzzy grey correlation theory

WANG Tong<sup>1,2</sup>, ZHAO Ye<sup>1</sup>, CHEN Jie<sup>1</sup>

(1. Institute of Microelectronics of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100029, China;  
2. University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China)

**Abstract:** To solve the problem that the classical fault tree analysis can not obtain complete fault information and accurate fault probability in the analysis of large and complex systems, an improved fault tree analysis based on fuzzy set theory and grey correlation theory was proposed. Firstly, all minimal cut sets were determined via fault tree analysis. The triangular fuzzy number was employed to describe the fault probability. The fuzzy probability of the top event and the fuzzy significances of bottom events were calculated according to the fuzzy operators. Secondly, a grey correlation model was established, in which the fuzzy significances of bottom events were regarded as sub-sequences and the characteristic matrix composed of minimal cut sets as primary-sequences. The grey correlation degrees between the top event and minimal cut sets were calculated to find the key direction of improving system reliability quickly and accurately. Finally, the method was applied to analyze the probability of the automobile drive axle system. The results show that the bearing fatigue pitting is the key failure event. To a certain extent, the reliability analysis of the drive axle system is finished with the lack of failure probability information, and this improved method can provide reference for improving the reliability and safety of the system and formulating relevant safety measures.

**Key words:** reliability analysis; fault tree analysis; triangular fuzzy number; grey correlation degree; drive axle system

收稿日期: 2017-11-29; 修回日期: 2018-02-28

基金项目(Foundation item): 国家重点研发计划项目(2016YFB0100516) (Project(2016YFB0100516) supported by the National Key Research and Development Program of China)

通信作者: 赵野, 博士, 副研究员, 从事新能源汽车电子研究; E-mail: zhaoye@ime.ac.cn

故障树分析法(fault tree analysis, FTA)是一种预测复杂系统的可靠性和安全性的方法, 最早用于评价“民兵”导弹发射控制系统的安全性<sup>[1-2]</sup>。FTA 采用逻辑演绎的方法, 通过逻辑关系的分析查找导致某种故障事件的各种可能原因, 并用“逻辑门”将各种原因联系起来, 最后确定出系统中各种潜在的软、硬件的设计缺陷。传统 FTA 认为各类故障事件的发生概率为 1 个精确值, 而且系统及其各个模块只有正常和故障 2 种状态<sup>[3]</sup>。但在实际工程应用中存在以下问题:

1) 系统和零部件故障的发生存在随机性和模糊性, 且故障原因不仅有许多客观的不确定因素, 同时在很多涉及到人参与的系统中, 系统故障的 20%~90%是由人为原因造成的<sup>[4]</sup>, 而人为错误的概率难以估计; 2) 精确的概率计算需要大量的样本数据, 然而对于新研制的产品或故障发生概率很低的系统很难获得大量的样本数据; 3) 由于复杂系统中往往同时存在着潜伏失效、共因失效、相关失效等相关失效因素, 所以针对复杂系统进行可靠性建模时, 很难保证建模的精确性。针对上述问题, TANAKA 等<sup>[5]</sup>提出了基于模糊理论的故障树分析方法, 该方法通过采用模糊概率代替精确的概率, 有效地将模糊数学和经典的 FTA 理论结合起来, 并在各领域得到了发展和应用。HUANG 等<sup>[6]</sup>将模糊故障分析法运用到传统的机械加工系统中, 准确地定位出系统可靠性的薄弱点。李青等<sup>[7]</sup>在三角模糊理论的基础上提出了新的模糊重要度分析方法—中值法, 该方法可以有效度量各个模块故障在系统整体故障中的重要性程度; CAI 等<sup>[8]</sup>在模糊数和故障树的基础上, 提出了一种可靠性风险分析方法, 用来解决模糊和不确定信息的风险建模问题。以上研究都是针对系统模糊性进行可靠性建模分析, 但是具有多个不确定状态的复杂系统既存在模糊性, 又具有灰色性, 即因为故障信息缺乏导致故障事件之间的关联具有不确定性。因此, 本文作者在以上研究方法的基础上引入灰色关联理论, 将模糊数学和灰色理论有效结合, 提出基于模糊灰色关联的 FTA 分析流程, 并运用到汽车驱动桥系统中, 以期能够快速分析系统可靠性的相关薄弱单元。

## 1 模糊灰关联分析方法的基本理论

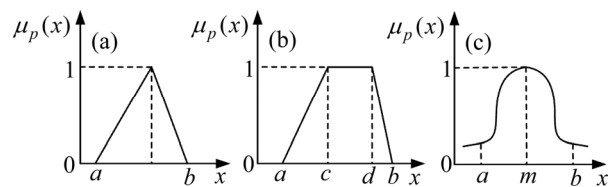
### 1.1 FTA

FTA 把系统最不希望发生的故障状态作为逻辑分析的目标(即顶事件), 继而找出导致这一故障状态发生的所有可能原因(即中间事件), 再根据这些中间事

件找出导致其发生的直接原因(即底事件), 用相应的代表符号和逻辑门将各类底事件联系起来<sup>[9]</sup>。其中割集是故障树中一些底事件的集合, 当这些底事件同时发生时, 顶事件必然发生。其中最小割集是引起顶事件发生的最低限度的割集, 记为  $K$ , 通常可通过上行法和下行法求得最小割集<sup>[2-10]</sup>。故障树采用布尔结构函数来表示系统的状态, 其自变量是各类底事件的状态, 记为  $H(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)$ ,  $n$  为底事件的个数。在求得系统最小割集后, 结构函数可表示为各最小割集的并集。

### 1.2 模糊数

模糊数有多种形式, 常见的有三角模糊数、梯形模糊数和正态模糊数等, 如图 1 所示, 其中  $\mu_p(x)$  为  $x$  的隶属函数,  $a$  和  $b$  为模糊数的下限和上限,  $m$ ,  $c$  和  $d$  为  $\mu_p(x) = 1$  时的取值。



(a) 三角模糊数; (b) 梯形模糊数; (c) 正态模糊数

图 1 模糊数隶属函数

Fig. 1 Membership function of fuzzy number

工程中常用到正态模糊数和三角模糊数, 虽然正态模糊数描述事物的模糊概率较为合理, 计算误差也满足要求, 但是在分析大型系统时, 由于系统的复杂性导致系统故障树的结构函数维数很大, 运算过程复杂, 计算量较大, 很难求得系统顶事件模糊概率的解析式。但是三角模糊数物理意义明确, 易于计算, 是模糊数定量分析的基础。因此, 本文作者采用三角模糊数来表示底事件的发生概率, 其隶属函数的表达式为

$$\mu_p(x) = \begin{cases} 0, & x \leq a \\ \frac{x-a}{m-a}, & a < x \leq m \\ \frac{b-x}{b-m}, & m < x \leq b \\ 0, & x > b \end{cases} \quad (1)$$

在各类底事件相互独立且其发生概率已知的情况下, 顶事件的发生概率可由系统的结构函数和相应的逻辑门算子计算得到。根据模糊数的运算法则<sup>[11]</sup>, 故障树的“与”门结构和“或”门结构的模糊算子如下。

1) “与”门模糊算子:

$$P^{\text{and}} = \prod_{i=1}^n p_i = p_1 p_2 \cdots p_n = \left( \prod_{i=1}^n a_i, \prod_{i=1}^n m_i, \prod_{i=1}^n b_i \right) \quad (2)$$

2) “或” 门模糊算子:

$$P^{\text{or}} = 1 - \prod_{i=1}^n (1 - p_i) = \left( 1 - \prod_{i=1}^n (1 - a_i), 1 - \prod_{i=1}^n (1 - m_i), 1 - \prod_{i=1}^n (1 - b_i) \right) \quad (3)$$

根据系统的结构函数  $H(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)$  以及各底事件的发生概率  $p_i=(a_i, m_i, b_i)$ , 可确定系统顶事件  $T$  的发生概率为

$$P_T = P[H(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)] = (a_T, m_T, b_T)。$$

### 1.3 模糊重要度

传统的 FTA 重要度分析一般以概率论和二态假设为基础, 其考察指标有结构重要度、概率重要度和关键重要度<sup>[12]</sup>。本文结合有界闭模糊函数的中值定义<sup>[13]</sup>, 采用模糊重要度这一考察指标, 并给出模糊重要度的中值计算方法。

对于三角模糊数, 若令  $A_1 = \int_0^{m_z} \mu_p(x) dx$ ,  $A_2 = \int_{m_z}^{\infty} \mu_p(x) dx$ ,  $A = A_1 + A_2$ , 则必然存在点  $m_z$ , 以该点为分界线, 使曲线下的左、右 2 个部分面积相等, 即  $A_1=A_2$ , 则  $m_z$  点为该模糊数的中值<sup>[13]</sup>, 其计算公式为

$$m_z = \begin{cases} a + \sqrt{\frac{(m-a)(b-a)}{2}}, & m-a > b-m \\ b + \sqrt{\frac{(b-m)(b-a)}{2}}, & m-a < b-m \end{cases} \quad (4)$$

对于顶事件来说, 其模糊概率的中值记为  $m_{Tz}$ 。而顶事件  $T$  在底事件  $x_i$  没有发生故障时仍会发生的概率为

$$P_{Ti} = P[H(x_1, x_2, \dots, x_{i-1}, 0, x_{i+1}, \dots, x_n)] = (a_{Ti}, m_{Ti}, b_{Ti}) \quad (5)$$

根据以上分析, 将底事件的模糊概率中值记为  $m_{Tiz}$ , 模糊重要度  $e_i=m_{Tz}-m_{Tiz}$ 。

### 1.4 灰色关联分析

灰色系统是指数据量较少的贫信息系统, 该系统中信息不完全, 或者系统各因素关系不明确。对于实际的大型复杂系统, 不但存在大量模糊不确定问题, 还存在信息量不完备的问题。在进行系统可靠性分析时, 各故障事件之间、各故障事件与顶事件之间的关联性不确定, 因此将灰色系统理论引入到可靠性分析中具有重要意义。

灰色关联分析作为灰色系统理论的分支, 从整体观念出发, 对一个系统的发展变化态势进行定量描述和比较。其基本思想是根据序列曲线的几何形状的相似度来判断其联系是否紧密, 曲线越接近, 相应序列之间的关联度越大, 变化态势就越一致<sup>[14]</sup>。该方法不需要大量样本, 不要求样本有规律性分布, 计算工作量小, 定量分析结果与定性分析结果一致。

在进行灰色关联分析时, 首先确定模型的子序列(待检模式向量)与母序列(特征矩阵), 然后计算出 2 个序列之间的关联度, 并按关联度大小进行排序, 进而得出相关故障的严重程度。本文将各底事件的模糊重要度进行均值化处理, 将其作为灰色模型的子序列  $X_0$ , 其表达式为

$$X_0 = [x_0(1), x_0(2), x_0(3), \dots, x_0(n)] = \left[ \frac{e_1}{\bar{e}}, \frac{e_2}{\bar{e}}, \frac{e_3}{\bar{e}}, \dots, \frac{e_n}{\bar{e}} \right] \quad (6)$$

式中:  $\bar{e} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n e_i$ ,  $i \in [1, n]$ , 其中  $n$  为底事件个数。

假设系统中有  $s$  个最小割集  $K_k$ , 有  $n$  个底事件  $x_i$ , 其中最小割集  $K_k$  采用相应的特征向量  $F_k$  表示, 当底事件  $x_i$  出现在最小割集  $K_k$  中时, 取  $x_k(i)=1$ , 否则取  $x_k(i)=0$ 。  $s$  个特征向量构成了灰色关联模型中的母序列  $F$ (特征矩阵), 其表达式为

$$F = \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ \vdots \\ F_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1(1) & x_1(2) & \cdots & x_1(n) \\ x_2(1) & x_2(2) & \cdots & x_2(n) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ x_s(1) & x_s(2) & \cdots & x_s(n) \end{bmatrix}$$

将  $F$  中的每个特征向量作为比较列与子序列进行关联度的计算, 子序列中的元素  $x_0(i)$  与比较列中的元素  $x_k(i)$  之间的灰关联系数的计算公式为

$$\gamma[x_0(i), x_k(i)] = \frac{\min_i \min_k \Delta_{0k}(i) + \rho \max_i \max_k \Delta_{0k}(i)}{\Delta_{0k}(i) + \rho \max_i \max_k \Delta_{0k}(i)} \quad (7)$$

式中:  $\Delta_{0k}(i) = |x_0(i) - x_k(i)|$ ;  $\rho$  为分辨系数, 用来增加关联系数间的差异显著性,  $\rho$  越小, 分辨力越大, 一般取 0.5。则最小割集  $K_k$  的灰色关联度  $\gamma_k$  为

$$\gamma_k = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \gamma[x_0(i), x_k(i)] \quad (8)$$

最后根据灰色关联度  $\gamma_k$  对各最小割集进行排序, 关联度越大表示该最小割集对故障的影响越敏感, 造成顶事件发生的可能性越大; 反之, 该最小割集对故障的影响越不敏感, 造成顶事件发生的可能性越小。

基于模糊数和灰色关联的 FTA 分析流程如图 2 所示。

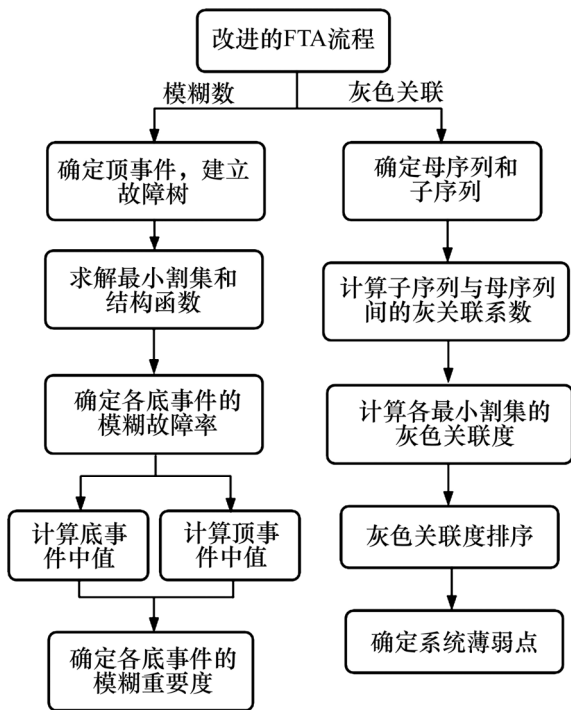


图 2 改进的 FTA 分析流程

Fig. 2 Flow chart of improved FTA

## 2 汽车驱动桥系统的故障树分析

汽车驱动桥系统处于动力传动系的末端, 主要由主减速器、差速器、半轴和驱动桥壳等组成。其基本功能如下: 1) 接收万向传动装置传来的发动机转矩, 并通过主减速器, 差速器半轴等对转矩进行降速或增大; 2) 调节主减速器圆锥齿轮的方向从而改变转矩的方向; 3) 调节差速器改变两侧车轮的差速, 保证内、外侧车轮能以不同转速转变方向; 4) 通过桥壳体和车轮实现承载及传力矩的作用<sup>[15]</sup>。驱动桥分为非断开式和断开式 2 种, 其结构示意图分别如图 3 和图 4 所示。

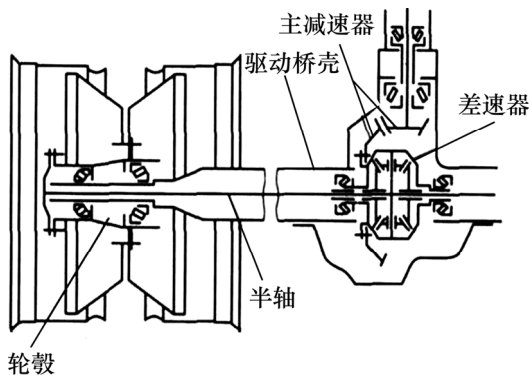


图 3 非断开式驱动桥结构示意图

Fig. 3 Structural diagram of rigid drive axle

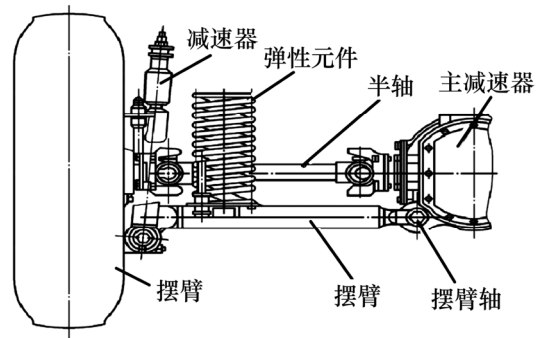


图 4 断开式驱动桥结构示意图

Fig. 4 Structural diagram of divided drive axle

汽车驱动桥使用频繁, 发生故障的概率较高, 常见的疲劳失效形式有主减速器与差速器的早期损坏、驱动桥异响、发热、漏油、桥壳失效等<sup>[16]</sup>。本文以驱动桥异响为顶事件, 建立故障树, 并利用上述改进的故障树分析方法对该系统进行可靠性分析, 过程如下。

### 2.1 建立故障树求最小割集和结构函数

根据统计资料, 驱动桥异响的故障树结构如图 5 所示, 各类故障事件如表 1 所示。

表 1 故障事件表

Table 1 Table of fault events

事件编号	事件名称	事件编号	事件名称
$T$	驱动桥异响	$x_{11}$	齿轮轴承预紧度不足
$M_1$	主动锥齿轮 轴承异响	$x_{12}$	主动锥齿轮固定 螺帽松动
		$x_{13}$	齿轮啮合不足
$M_2$	主减速器总成异响	$x_{14}$	润滑油不足
$M_3$	主差速器总成异响	$x_{15}$	从动锥齿轮松旷
$x_1$	轴承预紧度过大	$x_{16}$	主动齿轮油封损坏
$x_2$	轴承疲劳点蚀	$x_{17}$	差速器壳螺栓松动
$x_3$	轴承磨损过大	$x_{18}$	差速器齿轮装配过紧
$x_4$	轴承调整过松	$x_{19}$	行星和半轴齿轮 磨损过大
$x_5$	轴承座不同心	$x_{20}$	半轴弯曲
$x_6$	润滑油缺失	$x_{21}$	行星和半轴齿轮 间隙不均
$x_7$	润滑脂污染	$x_{22}$	差速器轴承磨损严重
$x_8$	齿轮严重磨损	$x_{23}$	半轴齿轮和键槽 磨损过大
$x_9$	齿侧间隙不均	$x_{24}$	半轴齿轮与花键 配合松旷
$x_{10}$	齿轮轮齿折断		

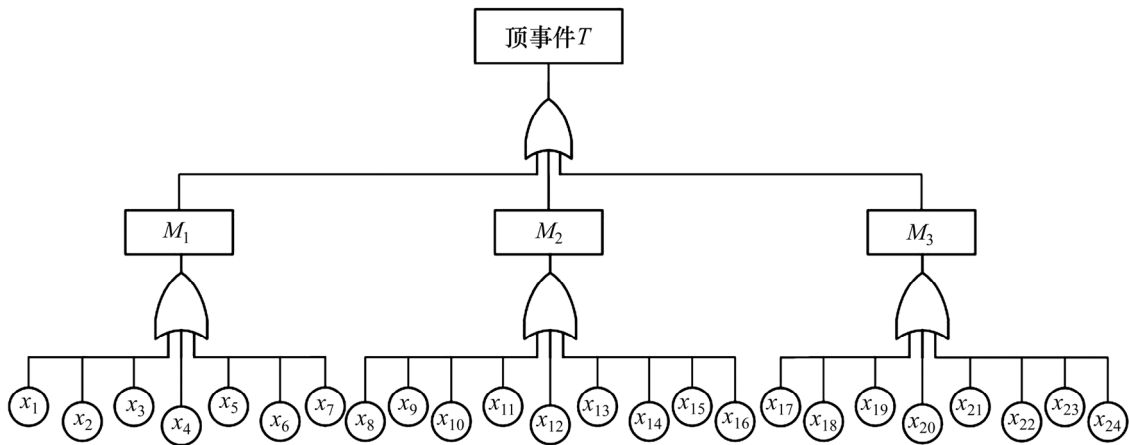


图 5 汽车驱动桥系统故障树

Fig. 5 FTA of automobile drive axle system

从故障树的底事件开始，自下而上逐层地进行事件的集合运算，对于“或”门结构，其输出为各输入的布尔和；同理，“与”门结构的输出为各输入的布尔积，由此得到该故障树的 24 个最小割集为  $K_1=\{x_1\}$ ,  $K_2=\{x_2\}$ ,  $K_3=\{x_3\}$ ,  $K_4=\{x_4\}$ ,  $K_5=\{x_5\}$ ,  $K_6=\{x_6\}$ ,  $K_7=\{x_7\}$ ,  $K_8=\{x_8\}$ ,  $K_9=\{x_9\}$ ,  $K_{10}=\{x_{10}\}$ ,  $K_{11}=\{x_{11}\}$ ,  $K_{12}=\{x_{12}\}$ ,  $K_{13}=\{x_{13}\}$ ,  $K_{14}=\{x_{14}\}$ ,  $K_{15}=\{x_{15}\}$ ,  $K_{16}=\{x_{16}\}$ ,  $K_{17}=\{x_{17}\}$ ,  $K_{18}=\{x_{18}\}$ ,  $K_{19}=\{x_{19}\}$ ,  $K_{20}=\{x_{20}\}$ ,  $K_{21}=\{x_{21}\}$ ,  $K_{22}=\{x_{22}\}$ ,  $K_{23}=\{x_{23}\}$ ,  $K_{24}=\{x_{24}\}$ 。最后，将顶事件表示成底事件积之和的形式，则该故障树的结构函数为

$$H(x_i) = M_1 + M_2 + M_3 = x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 + x_8 + x_9 + x_{10} + x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} + x_{15} + x_{16} + x_{17} + x_{18} + x_{19} + x_{20} + x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24}$$

本文仅取  $M_1$  主动锥齿轮轴承异响事件作为顶事件进行分析，即  $M_1=x_1+x_2+x_3+x_4+x_5+x_6+x_7$ ，则  $M_1$  故障事件包含 7 个最小割集，分别为  $\{x_1\}$ ,  $\{x_2\}$ ,  $\{x_3\}$ ,  $\{x_4\}$ ,  $\{x_5\}$ ,  $\{x_6\}$ ,  $\{x_7\}$ 。

2.2 确定底事件的模糊概率

根据工程经验以及文献[17]和[18]，假定总体失效概率为 10%，其中 34%为疲劳失效，表现为底事件  $x_2$  轴承疲劳点蚀；36%为润滑不良，表现为底事件  $x_3$  轴承磨损、 $x_6$  润滑油缺失；16%为装配不当，表现为底事件  $x_1$  轴承预紧度过大、 $x_4$  轴承调整过松、 $x_5$  轴承座不同心；14%为污染，表现为底事件  $x_7$  润滑脂污染。根据以上统计，采用三角模糊数表示以上事件的发生概率，如表 2 所示。

2.3 计算底事件的模糊重要度

由于  $M_1=x_1+x_2+x_3+x_4+x_5+x_6+x_7$ ，则根据式(2)和

表 2 底事件模糊概率

Table 2 Fuzzy probabilities of bottom events

事件编号	事件名称	<i>m</i>	<i>a</i>	<i>b</i>
$x_1$	轴承预紧度过大	0.016	0.011	0.021
$x_2$	轴承疲劳点蚀	0.034	0.024	0.044
$x_3$	轴承磨损过大	0.036	0.026	0.046
$x_4$	轴承调整过松	0.016	0.011	0.021
$x_5$	轴承座不同心	0.016	0.011	0.021
$x_6$	润滑油缺失	0.036	0.026	0.046
$x_7$	润滑脂污染	0.014	0.006	0.022

(3)可计算出  $M_1$  事件的三角模糊概率为  $P_T=(0.109\ 69, 0.156\ 78, 0.201\ 56)$ 。由式(4)和(5)可得  $M_1$  事件模糊概率的中值  $m_{Tz}=0.156\ 15$ ，同理可得构成  $M_1$  故障的所有底事件的中值所构成的集合为

$$\{m_{T1z}, m_{T2z}, m_{T3z}, m_{T4z}, m_{T5z}, m_{T6z}, m_{T7z}\} = \{0.142\ 54, 0.126\ 65, 0.124\ 84, 0.142\ 54, 0.142\ 54, 0.124\ 84, 0.144\ 33\}$$

从而得出各底事件模糊重要度所构成的集合为

$$\{e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6, e_7\} = \{0.013\ 61, 0.029\ 50, 0.031\ 31, 0.013\ 61, 0.013\ 61, 0.031\ 31, 0.011\ 82\}$$

2.4 确定  $M_1$  故障的母序列(特征矩阵)

$M_1$  故障的底事件有 7 个，最小割集中所包含的底事件在特征矩阵中取为“1”，其余取“0”，则其特征矩阵为

表 3 关联系数

Table 3 Incidence coefficients

$\gamma[x_0(i), x_k(i)]$	$i$						
	1	2	3	4	5	6	7
$k=1$	1.000 00	0.503 27	0.483 87	0.776 53	0.776 53	0.483 87	0.827 12
$k=2$	0.776 53	0.928 50	0.483 87	0.776 53	0.776 53	0.483 87	0.827 12
$k=3$	0.776 53	0.503 27	0.864 57	0.776 53	0.776 53	0.483 87	0.827 12
$k=4$	0.776 53	0.503 27	0.483 87	1.000 00	0.776 53	0.483 87	0.827 12
$k=5$	0.776 53	0.503 27	0.483 87	0.776 53	1.000 00	0.483 87	0.827 12
$k=6$	0.776 53	0.503 27	0.483 87	0.776 53	0.776 53	0.864 57	0.827 12
$k=7$	0.776 53	0.503 27	0.483 87	0.776 53	0.776 53	0.483 87	0.926 99

表 4 可靠性分析方法比较

Table 4 Comparison of the reliability analysis methods

可靠性分析方法	评价指标	指标计算值	系统薄弱点
传统 FTA	统计概率 $p$	$p=0.036$	润滑不良
模糊 FTA	底事件模糊重要度 $e_i$	$e_i=0.031 31$	轴承磨损和润滑油缺失
模糊灰关联 FTA	最小割集的灰色关联度 $\gamma_k$	$\gamma_k=0.721 85$	轴承疲劳点蚀

$$F = \begin{matrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \\ F_4 \\ F_5 \\ F_6 \\ F_7 \end{matrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

2.5 确定  $M_1$  故障的子序列(待检模式向量)

把各底事件的模糊重要度均值化处理后得到待检模式向量为

$$X_0 = [0.658 12, 1.426 50, 1.514 02, 0.658 12, 0.658 12, 1.514 02, 0.571 57]$$

2.6 计算关联系数和灰色关联度

以  $X_0$  为参考序列,  $F$  为比较序列, 由式(7)可计算出子序列元素与母序列元素间的关联系数, 如表 3 所示。最后由式(8)计算得到各最小割集的灰色关联度为

$$\{\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3, \gamma_4, \gamma_5, \gamma_6, \gamma_7\} = \{0.693 03, 0.721 85, 0.715 49, 0.693 03, 0.693 03, 0.715 49, 0.675 37\}$$

根据上述计算结果, 对构成  $M_1$  故障事件的各最小割集的灰色关联度进行排序:  $\gamma_2 > \gamma_3 = \gamma_6 > \gamma_1 = \gamma_4 > \gamma_5 > \gamma_7$ , 该结果反映出最小割集  $\{x_2\}$  轴承疲劳点蚀对主动锥齿轮轴承异响的影响最大, 是汽车驱动桥系统可

靠性改进的重点方向。为了进行对比说明, 本文分别采用传统 FTA 及文献[17]中的方法对汽车驱动桥系统的主动锥齿轮轴承异响事件进行可靠性分析, 分析结果如表 4 所示。

3 结论

1) 同时考虑系统的模糊性与灰色性, 采用模糊故障树解决传统 FTA 难以获得精确概率的问题, 在此基础上又采用灰色关联分析方法对模糊故障树进行改进, 解决故障信息缺乏导致的顶事件与各割集之间关联度不确定的问题。

2) 提出基于模糊灰关联理论的 FTA 分析流程: 首先, 进行定性分析求得最小割集和结构函数; 然后, 采用三角模糊数表示故障的发生概率, 进而求得各最小割集的模糊重要度; 最后, 建立灰色关联模型, 通过计算各最小割集的灰色关联度来确定系统可靠性的薄弱点。

3) 应用本文提出的方法对汽车驱动桥系统进行可靠性分析, 建立以“驱动桥异响”为顶事件的故障树, 重点分析主减速器、差速器以及轴承的故障模式, 找出汽车轴承疲劳点蚀为系统的关键故障模式, 为判断事故的轻重缓急、预防事故的发生和改进系统的可靠性提供参考依据。

## 参考文献:

- [1] 许荣, 车建国, 杨作宾, 等. 故障树分析法及其在系统可靠性分析中的应用[J]. 指挥控制与仿真, 2010, 32(1): 112-115.  
XU Rong, CHE Jianguo, YANG Zuobin, et al. The fault tree analysis and its application in the system reliability analysis[J]. Command Control & Simulation, 2010, 32(1): 112-115.
- [2] 曾声奎, 冯强. 可靠性设计与分析[M]. 北京: 国防工业出版社, 2011: 225-246.  
ZENG Shengkui, FENG Qiang. Reliability design and analysis[M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2011: 225-246.
- [3] 张义民, 肖洁, 李常有. 数控车床进给系统基于模糊理论的故障树分析[J]. 哈尔滨工业大学学报, 2015, 47(7): 37-40.  
ZHANG Yimin, XIAO Jie, LI Changyou. Fault tree analysis of ETC36 CNC lathe feed system based on fuzzy theory[J]. Journal of Harbin Institute of Technology, 2015, 47(7): 37-40.
- [4] LEE K W, TILLMAN F A, HIGGINS J J. A literature survey of the human reliability component in a man-machine system[J]. IEEE Transactions on Reliability, 1988, 37(1): 24-34.
- [5] TANAKA H. Fault-tree analysis by fuzzy probability[J]. IEEE Transactions on Reliability, 1983, 32(5): 453-457.
- [6] HUANG Hongzhong, TONG Xin, ZUO Mingjian. Posbist fault tree analysis of coherent systems[J]. Reliability Engineering & System Safety, 2004, 84(2): 141-148.
- [7] 李青, 陆廷金, 李宁萍. 三角模糊数的模糊故障树分析及其应用[J]. 中国矿业大学学报, 2000, 29(1): 56-59.  
LI Qing, LU Tingjin, LI Ningping. Fuzzy fault-tree analysis with triangular fuzzy number and its application[J]. Journal of China University of Mining & Technology, 2000, 29(1): 56-59.
- [8] CAI Quan, LIANG Lingqiang, YU Dongping, et al. A reliability risk analysis method based on the fuzzy fault tree and fuzzy event tree[C]// 2016 11th International Conference on Reliability, Maintainability and Safety (ICRMS). Hangzhou, China: IEEE, 2016: 1-6.
- [9] 罗雪. 基于故障树分析的纯电动车驱动系统的功能安全研究[D]. 吉林: 吉林大学物理学院, 2017: 12-20.  
LUO Xue. Research on functional safety of blade electric vehicles (BEV) drive system based on fault tree analysis[D]. Jilin: Jilin University. College of Physics, 2017: 12-20.
- [10] CHRISTIAN J, MARIE B, JURGEN Z. Fast computation of minimal cut sets in metabolic networks with a Berge algorithm that utilizes binary bit pattern trees[J]. IEEE/ACM Transactions on Computational Biology and Bioinformatics, 2013, 10(5): 1329-1333.
- [11] KUMAR M, YADAV S P. The weakest t-norm based intuitionistic fuzzy fault tree analysis to evaluate[J]. ISA Transactions, 2012, 51(4): 531-538.
- [12] CHEN Ran, ZHANG Xishan, LIAN Guangyao. Fault injection strategy based on FTA optimized by fuzzy gray relational degree analysis[C]// Instrumentation & Measurement, Computer, Communication and Control. Harbin, China: IEEE, 2016: 941-944.
- [13] MITAUO Y. The median for a L-R fuzzy number[J]. Microelectronics, Reliability, 1995, 35(2): 269-271.
- [14] 刘思峰, 党耀国, 方志耕, 等. 灰色系统理论及其应用[M]. 北京: 科学出版社, 2010: 62-63.  
LIU Sifeng, DANG Yaoguo, FANG Zhigeng, et al. Grey system theory and application[M]. Beijing: The Science Press, 2010: 62-63.
- [15] 孙忠云, 王显会. 某型汽车驱动桥壳可靠性优化设计[J]. 科学技术与工程, 2011, 11(16): 3580-3583.  
SUN Zhongyun, WANG Xianhui. Reliability-based optimization and design of a certain type of automobile driving axle shell[J]. Science Technology and Engineering, 2011, 11(16): 3580-3583.
- [16] 李华奎. 汽车驱动桥的可靠性与弹流润滑下齿轮的有限元分析[D]. 青岛: 青岛理工大学机械工程学院, 2012: 19-31.  
LI Huakui. Reliability analysis of the truck rear axle and finite element analysis of the gear under the EHL[D]. Qingdao: Qingdao Technological University. College of Mechanical Engineering, 2012: 19-31.
- [17] 李彦锋, 杜丽, 肖宁聪, 等. 汽车驱动桥系统模糊故障树分析研究[J]. 西安交通大学学报, 2009, 43(7): 110-115.  
LI Yanfeng, DU Li, XIAO Ningcong, et al. Fuzzy fault tree analysis for auto drive axle system[J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 2009, 43(7): 110-115.
- [18] 轴承失效原因和解决方法[EB/OL]. [2008-09-01]. <http://www.sjlbearing.com/gongsi-xinwen/jishu-ziliao/0804-48.html>. Failure reason and solution of bearing[EB/OL]. [2008-09-01]. <http://www.sjlbearing.com/gongsi-xinwen/jishu-ziliao/0804-48.html>.

(编辑 伍锦花)